

Raymond Duval

Οι καταγραφές των σημειωτικών αναπαραστάσεων:Εργαλείο γνωστικής ανάλυσης της μαθηματικής δραστηριότητας και της ανθρώπινης σκέψης.

Η εισήγηση του καθηγητή Raymond Duval, απο τους κορυφαίους επιστήμονες παγκοσμίως στην ανάλυση του μαθηματικού τρόπου σκέψης, εστιάζει στο σημαντικότερο και πλέον κρίσιμο ερώτημα της εκπαίδευσης γενικά, και της μαθηματικής εκπαίδευσης ειδικότερα:

Πως μπορούμε να αναλύσουμε το κρίσιμο πρόβλημα της “κατανόησης”; Πως πρέπει να διδάσκουμε μαθηματικά όταν στοχεύουμε στο να “μάθουν” οι μαθητές μας;

Η απάντηση σε αυτά τα ερωτήματα θα δοθεί μέσα απο πολλά παραδείγματα σε μια γλώσσα απλή και κατανοητή. Το ενδιαφέρον είναι ότι στην ανάλυσή του, τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται ως το κατ'εξοχήν παράδειγμα, δεδομένου ότι η ίδια ανάλυση-τηρουμένων των αναλογιών- μπορεί να εφαρμοσθεί και σχετικά με τη διδασκαλία και μάθηση των άλλων γνωστικών αντικειμένων (φυσική, χημεία, βιολογία...)

Μια μικρή εισαγωγή.....

Η μαθηματική εκπαίδευση αντιμετωπίζει συστηματικές και επαναλαμβανόμενες δυσκολίες κατανόησης του αντικειμένου εκ μέρους των μαθητών, που δεν υπάρχουν στη διδασκαλία άλλων επιστημονικών κλάδων. Αυτή η έλλειψη κατανόησης φανερώνεται πολύ γρήγορα, σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, ιδιαίτερα όταν οι μαθητές πρέπει να λύσουν προβλήματα, τα οποία απαιτούν ικανότητες πέραν της απλής εφαρμογής.

Από πού προέρχεται αυτή η δυσκολία κατανόησης από τόσους πολλούς μαθητές σε σχέση με τα μαθηματικά;

Έχουν διατυπωθεί πολλές εξηγήσεις. Ορισμένοι υποστηρίζουν ότι για την εξήγηση της δυσκολίας, πρέπει να λάβουμε υπόψη την επιστημολογική πολυπλοκότητα που χαρακτηρίζει τις μαθηματικές έννοιες που. Άλλοι συνδέουν τις δυσκολίες των μαθητών με τον τρόπο διδασκαλίας τους και προτείνουν εναλλακτικές διδακτικές πρακτικές, όπως το να ξεκινήσουμε τονίζοντας το πρακτικό ενδιαφέρον των μαθηματικών, δεδομένου ότι χρησιμοποιούνται σε πολλές δραστηριότητες, καθημερινά και επαγγελματικά. Άλλοι πάλι εστιάζουν στον ίδιο το μαθητή και κάτω απο μια πιαζετική οπτική γνωστικής ανάπτυξης.

Ωστόσο, όλες αυτές οι εξηγήσεις παραβλέπουν το βασικό ερώτημα που βρίσκεται πίσω απο την αιτία των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην εκμάθηση των μαθηματικών:

Τι σημαίνει μαθαίνω μαθηματικά; Πως εκδηλώνεται η κατανόηση των μαθηματικών;

Η κύρια πρόκληση της μαθηματικής εκπαίδευσης των μαθηματικών είναι να εισάγει τους μαθητές στον τρόπο σκέψης των μαθηματικών. Γιατί αυτό είναι προαπαιτούμενη συνθήκη για τη μάθηση των μαθηματικών εννοιών. Αλλάγια να γίνει αυτό, πρέπει να είμαστε σε θέση να αναλύσουμε τον μαθηματικό τρόπο σκέψης και εργασίας ως προς το τι διαφέρει απο τρόπους σκέψης και εργασίας σε αυθόρμητες καταστάσεις ή σε άλλους τομείς γνώσης.

Στα μαθηματικά, δεν σκεφτόμαστε και δεν δουλεύουμε με τον ίδιο τρόπο όπως σε άλλους τομείς της γνώσης. Δυο θεμελιώδη χαρακτηριστικά κάνουν ξεχωριστή τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών.

1. Η πρόσβαση στα μαθηματικά αντικείμενα δεν γίνεται μέσω των αισθήσεων, αλλά αποκλειστικά και μόνον μέσω της δημιουργίας σημειωτικών αναπαραστάσεων (αριθμοί, σύμβολα, γραφήματα, σχήματα, κλπ).

Οι σημειωτικές αναπαραστάσεις εντάσσονται στα αντίστοιχα σημειωτικά συστήματα (Αριθμητικό, Αλγεβρικό, Γραφικών αναπαραστάσεων, Γεωμετρίας κλπ) που λειτουργούν σύμφωνα με τους δικούς τους κανόνες. Για παράδειγμα στο αριθμητικό σύστημα των κλασματικών αριθμών, η πρόσθεση γίνεται με έναν συγκεκριμένο τρόπο, διαφορετικό από εκείνον στο αριθμητικό σύστημα των ακεραίων ή των δεκαδικών αριθμών.

Μεταξύ των μη σημειωτικών συστημάτων, μπορούμε επίσης να περιλάβουμε τη γλώσσα (το κατ'εξοχήν σημειωτικό σύστημα), και τα νευρωνικά δίκτυα μιας περιοχής εγκεφάλου που επιτρέπουν την παραγωγή νοητικών εικόνων, όπως στην περίπτωση της οπτικής ή ακουστικής μνήμη. Έτσι, στα μαθηματικά, τα συστήματα που παράγουν τις αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται στη διδασκαλία, είναι σημειωτικά συστήματα.

Η ανάπτυξη των μαθηματικών σχετίζεται στενά με την επινόηση νέων σημειωτικών συστημάτων που παράγουν αναπαραστάσεις. Το πιο απλό παράδειγμα είναι η αναπαράσταση των αριθμών. Υπάρχουν τόσες αναπαραστάσεις ενός ακέραίου αριθμού, όσα είναι τα συστήματα γραφής αριθμών. Οι δύο αποφασιστικές εξελίξεις στην αναπαράσταση των αριθμών ήταν, αφενός, η αναπαράσταση τους βασιζόμενη στην αξία θέσης, και αφετέρου, η επινόηση του "μηδενός".

Αλλά το πιο εντυπωσιακό παράδειγμα είναι η σημειωτική επανάσταση που συνέβη στα μαθηματικά κατά το δέκατο έκτο και δέκατο έβδομο αιώνα, σε λιγότερο από 150 χρόνια: η επινόηση ενός συμβόλου για να εκφραστούν σχέσεις ισότητας ή ανισότητας μεταξύ των ποσοτήτων και, η επινόηση ενός συστήματος γραφικών παραστάσεων χρησιμοποιώντας έναν κανόνα αντιστοίχισης ενός ζεύγους αριθμών και ενός σημείου. Αυτά τα δυο σηματοδότησαν την εμφάνιση της Άλγεβρας και της Ανάλυσης.

Ο Duval ονομάζει αυτά τα συστήματα «καταγραφές σημειωτικών αναπαραστάσεων» (registres de représentations sémiotiques). Επομένως, «κάνω μαθηματικά» σημαίνει διαχειρίζομαι με κάποιο τρόπο αυτές τις σημειωτικές αναπαραστάσεις.

Απο τα προηγούμενα προκύπτει αβίαστα αυτό που ο Duval ονομάζει ο «**γνωστικός νόμος της βασικής λειτουργίας της σκέψης**»: **ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΝΟΗΣΗ ΧΩΡΙΣ ΣΗΜΕΙΩΣΗ.**

Όπου «Σημείωση» σημαίνει δημιουργία και διαχείριση «σημείων», δηλαδή σημειωτικών αναπαραστάσεων.

2. Σε μια σημειωτική αναπαράσταση, δεν είναι αυτή η ίδια η αναπαράσταση που έχει σημασία για τα μαθηματικά, αλλά οι πιθανοί μετασχηματισμοί της σε άλλες σημειωτικές αναπαραστάσεις.

☒ Αυτοί οι μετασχηματισμοί μπορούν να γίνουν με δυο τρόπους: Μέσα στο ίδιο σημειωτικό σύστημα (πχ μια κλασματική μορφή μετασχηματίζεται σε μια άλλη κλασματική μορφή, ή μια γραφική παράσταση μετασχηματίζεται σε μια άλλη μεταβάλλοντας τη διαβάθμιση των αξόνων) ή από ένα σημειωτικό σύστημα σε ένα άλλο (πχ από τη συμβολική έκφραση μιας εξίσωσης στη γραφική της έκφραση). Στην πρώτη περίπτωση μιλάμε για επεξεργασία (traitement) της αναπαράστασης, ενώ στη δεύτερη για μετασχηματισμό (conversion).

Στην αφίσσα εμφανίζεται ένα παράδειγμα διαχείρισης σημειωτικών αναπαραστάσεων.

Περισσότερα παραδείγματα θα παρουσιασθούν και θα συζητηθούν σε βάθος κατά τη διάλεξη.